Model *Time Series Auto Regressive* untuk Menentukan Nilai Tukar mata Uang Rupiah terhadap Dollar Amerika *

Adi Asriadi dan Taryo†

12 Juni 2005

Abstraksi

Tujuan utama dari makalah ini adalah untuk menentukan nilai estimasi pada parameter-parameter yang terdapat pada *model time series stasioner*, khususnya dalam *Auto Regressive* - AR(1). Model-model ini akan digunakan untuk menentukan, meramalkan dan memperbaharui nilai parameter dari nilai tukar mata uang Rupiah terhadap Dollar Amerika. Nilai estimasi pada model AR(1) diperoleh dengan metode iteratif yang diturunkan dari estimasi yang didapat dari pendekatan *Yule Walker*. Model time series stasioner *Auto Regressive* - AR(1) memberikan nilai pendekatan nilai tukar yang baik bahkan memberikan nilai peramalan yang baik pula, namun demikian model ini belum dapat mendeteksi terjadinya loncatan yang terjadi yang diakibatkan oleh perubahan situasi politik di Indonesia.

Katakunci:*Auto Regressive*, YWE, ARMA, *model time series stasioner*

*Disusun untuk memenuhi tugas mata kuliah Analisis Runtun Waktu

†Mahasiswa Matematika UNJ

Abstraksi

The main objective of this paper is to estimate parameters in the time series stasioner models, particularly in Auto Regressive Conditiona - AR(1). These models will be used to fit, to forecast and to update the volatility of Rupiah Vs US.Dollar rate. In order to get the estimation of fitting and updating parameters of AR(1), here will be used iterative method which is derived from the result of Yule Walker Estimation. The time series Auto Regressive-AR(1) models will give a good fitting even a good forecast in near stasioner condition, however this models can not detect the jump that can be happend due to the changes of political situation that happend in Indonesia.

Keywords: AutoRegressive, YWE, ARMA, the time series stasioner models.

1 PENDAHULUAN

Nilai tukar mata uang rupiah terhadap dollar Amerika dapat menjadi primadona dalam kegiatan ekonomi dewasa ini. Hal ini dapat memacu kegiatan-kegiatan transaksi keuangan dan perbankan. Namun demikian, pemodelan nilai tukar mata uang rupiah terhadap dollar Amerika belum banyak dilakukan. Padahal pemodelan ini akan memberikan signal yang kuat dalam penentuan kebijakan maupun perencanaan segala sesuatunya berkaitan dengan transaksi keuangan yang melibatkan kurs rupiah terhadap dollar amerika. Pemodelan dapat dilakukan dengan variabel penjelas kurs rupiah terhadap dollar Amerika dengan data dari bulanan dari Januari 2001 sampai Februari 2005.

2 TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Identifikasi Model

Model-model klasik dengan metode Box Jenkins merupakan model yang menggambarkan *time series* yang *stasioner*. Dengan demikian tahapan yang dilakukan untuk pemodelan ini adalah dengan identifikasi stasioneritas dari data baik dalam *mean* maupun dalam *variance*. Apabila belum stasioner dalam variance dilakukan upaya transformasi sedangkan apabila belum stasioner dalam mean dilakukan *differencing*(Bambang Suharjo, 2003).

Pada identifikasi model data time series yang stasioner digunakan:

1. ACF atau *Autocorrelation Function* yaitu fungsi yang menunjukkan besarnya korelasi antara pengamatan pada waktu ke t dengan pengamatan pada waktu-waktu sebelumnya.

2. PACF atau *Partial Autocorrelation Function* yaitu fungsi yang menunjukkan besarnya korelasi parsial antara pengamatan pada waktu ke t dengan pengamatan-pengamatan pada waktu-waktu sebelumnya.

Secara umum bentuk model dari data *time series* dinyatakan sebagai model *Autoregressive Integrated Moving Average* atau ARIMA (p,d,q) yang *stasioner* dengan:

1. *Autoregressive* = AR(p) yaitu ACFnya turun eksponensial (sinusoida) menuju 0 dengan bertambahnya k dan PACFnya *cut off* setelah *lag* p.

2. Moving Average = MA(q) yaitu ACFnya Cut off setelah lag q dan PACFnya turun eksponensial (sinusoida).

3. Differencing = d, yaitu pengurangan yt terhadap yt-d untuk membuat data time series menjadi stasioner dalam mean.

2.2 Definisi ACF dan PACF(Suyono, 2005)

Untuk Proses Z_t yang stasioner $E(Z_t) = \mu$ dan $Var(Z_t) = \sigma^2$ adalah konstan dan $Cov(Z_t, Z_s)$ adalah fungsi dari selisih waktu $|t-s|$. Kita akan menuliskan kovariansi dan korelasi antara Z_t dan Z_{t+k} berturut-turut adalah:

$$\gamma_k = Cov(Z_t, Z_{t+k}) = E(Z_t - \mu, Z_{t+k} - \mu) \tag{1}$$

dan

$$\rho_k = Korr(Z_t, Z_{t+k}) = \frac{Cov(Z_t, Z_{t+k})}{\sqrt{Var(Z_t)}\sqrt{Var(Z_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \tag{2}$$

Dimana $\gamma_0 = Var(Z_t) = Var(Z_{t+k})$. Perhatikan bahwa $\rho_0 = 1$. Juga bisa diperiksa bahwa $\gamma_{-k} = \gamma_k$ dan $\rho_{-k} = \rho_k$. Sebagian fungsi-fungsi dari k,γ_k dinamakan fungsi autokovariansi dan ρ_k dinamakan fungsi autokorelasi (*autocorrelation function*), disingkat dengan ACF.

Autokovariansi parsial antara Z_t dan Z_{t+k} adalah korelasi antara Z_t dan Z_{t+k} setelah ketergantungan liniernya dengan Z_{t+1}, $Z_{t+2}, ...,Z_{t+k-1}$ dihilangkan. Autokovariansi parsial antara Z_t dan Z_{t+k} dinotasikan dengan rumus sebagai berikut:

$$\phi_{11} = \rho_1$$

$$\phi_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

$$\phi_{33} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

$$\phi_{\mathrm{kk}} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \ldots \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \ldots \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \quad \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} \ldots \rho_1 & \rho_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \ldots \rho_{k-2} & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \ldots \rho_{k-3} & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \quad \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} \ldots \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} \tag{3}$$

Sebagai fungsi dari k, ϕ_{kk} dinamakan fungsi autokorelasi parsial *(partial autocorrelation function)*, disingkat dengan PACF.

2.3 Auto Regressive Moving Average Models (ARMA (p,q)) (Siana halim, 1999)

Misalkan Z_t adalah sebuah proses yang stasioner dan $\tilde{Z}_t = Z_t - \mu$, maka model ARMA (p,q) adalah :

$$
\begin{aligned}
&\tilde{Z}_t = \phi_1 \tilde{Z}_{t-1} ... + \phi_p \underset{t-p}{\tilde{Z}} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - ... - \theta_q a_{t-q} \\
&\hat{\tilde{Z}}_n(1) = \Psi_1 \hat{\tilde{Z}}_n(0) + \hat{a}_n(1) = \phi \tilde{Z}_n \\
&\hat{\tilde{Z}}_n(l) = \psi_1 a_n + \psi_2 a_{n-1} + \psi_3 a_{n-2} + ... \\
&\tilde{Z}_{n+l} = \textstyle\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j a_{n+1-j} \\
&E\left(a_{n+j} \mid \tilde{Z}_n, \tilde{Z}_{n-1}, \tilde{Z}_{n-2}, ...\right) = \begin{cases} 0, & j>0 \\ a_{n+j}, & j\leq 0 \end{cases}
\end{aligned}
$$

atau dapat dituliskan dalam bentuk operator lag sebagai berikut :

$$\phi_p(B) = 0\, \tilde{Z}_t \quad = \quad \theta\, \theta_q(B) = 0\, a_t \tag{4}$$

<u>Asumsi-asumsi dari model ARMA</u>

1. Error dari model (1) diasumsikan sebagai white noise dengan rerata nol dan varians konstan terhadap waktu.

2. Varians dan varians bersyarat dari data diasumsikan konstans terhadap waktu.

Karakteristik proses ARMA (p,q):

1. Syarat stasioner: Akar-akar $\phi_p(B) = 0$ terletak diluar lingkaran satuan

2. Syarat stasioner: Akar-akar $\theta_q(B) = 0$ terletak diluar lingkaran satuan

Andaikan Z_t bukanlah proses yang stasioner , tetapi jika diambil beda sebanyak d ternyata Z_t menjadi stasioner, maka model ARIMA (p,d,q) dapat digunakan:

$$\varphi(B)\, \tilde{Z}_t = \quad \theta(B) a_t$$

dimana

$$\varphi(B)\,\tilde{Z}_t = \;\phi(B)(1-B)^d\,\tilde{Z}_t$$

karena $\nabla^d\,\tilde{Z}_t \;=\; \nabla^d\,Z_t$ untuk d ≥ 1

maka :

$$\varphi(B)Z_t = \;\theta(B)a_t \tag{5}$$

2.4 Proses Auto Regressive - AR (1) (Suyono, 2005)

Proses Auto Regressive - AR (1) mempunyai bentuk umum dengan $\tilde{Z}_t = Z_t - \mu$ adalah:

$$(1-\phi_1\,B)\,\tilde{Z}_t = \;a_t$$

atau

$$\tilde{Z}_t = \phi_1\,\tilde{Z}_{t-1} + a_t$$

Proses Auto Regressive - AR (1) dinamakan juga proses *Markov.*

Karakteristik Proses Auto Regressive - AR (1)

1. Proses *Auto Regressive* - AR (1) selalu invertible

2. Proses *Auto Regressive* - AR (1) stasioner jika akar-akar persamaan $(1-\phi_1 B) = 0$ terletak di luar lingkaran satuan. Karena akar dari $(1-\phi_1 B) = 0$ adalah $B = \frac{1}{\phi}$ maka syarat agar Proses *Auto Regressive* - AR (1) stasioner adalah

$$|B| = |\frac{1}{\phi_1}| > 1$$

atau

$$|\phi_1| < 1$$

3. Fungsi Autokovariansi

Karena $E\left(\tilde{Z}_{t-k}\,\tilde{Z}_t\right) = E\left(\tilde{Z}_{t-k}\left[\phi_1\,\tilde{Z}_{t-1} + a_t\right]\right) = E\left(\phi_1\,\tilde{Z}_{t-k}\,\tilde{Z}_{t-1}\right) + E\left(\tilde{Z}_{t-k}\,a_t\right) = E\left(\phi_1\,\tilde{Z}_{t-k}\,\tilde{Z}_{t-1}\right)$ maka

$$\gamma_k = \begin{cases} Var\left(\tilde{Z}_t\right), & k = 0 \\ \\ \phi_1\,\gamma_{k-1}, & k \geq 1 \end{cases} \tag{6}$$

4. Fungsi autokorelasi (ACF)

   Karena $\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{\phi_1 \gamma_{k-1}}{\gamma_0} = \frac{{\phi_1}^2 \gamma_{k-2}}{\gamma_0} = ... = {\phi_1}^k$ maka

$$\rho_k = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ \\ {\phi_1}^k, & k \geq 1 \end{cases} \qquad (7)$$

5. Fungsi autukorelasi parsial (PACF)

$$\phi_{kk} = \begin{cases} \rho_1 = \phi_1, & k = 1 \\ 0, & k \geq 1 \end{cases} \qquad (8)$$

   PACF dari Proses *Auto Regressive* - AR (1) terputus setelah lag 1.

2.5 Estimasi Parameter dari Auto Regressive - AR (1) Menggunakan Pendekatan Estimasi Yule Walker (William W. S. Wei, 1994)

Estimasi parameter dengan menggunakan pendekatan *Yule Walker* dilakukan dengan cara mensubstitusikan sampel mean $\bar{Z} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} Z_t$, sample varian $\hat{\gamma}_0 = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left(Z_t - \bar{Z}\right)^2$ dan sample ACF $\hat{\rho}_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0}$ dimana $\hat{\gamma}_k = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n-k}\left(Z_t - \bar{Z}\right)\left(Z_{t=k} - \bar{Z}\right)$, sehingga didapat $\hat{\underset{k}{\rho}} = r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}\left(Z_t - Z\ limits^{-}\right)\left(Z_{t=k} - \bar{Z}\right)}{\sum_{t=1}^{n-k}\left(Z_t - \bar{Z}\right)^2}$ kedalam *counter part* teoritisnya. Pandang proses *Auto Regressive* -AR (1)

$$Z_t - \mu = \phi_1 \left[Z_{t-1} - \mu\right] + a_t$$

Berdasarkan persamaan (8) maka Estimator *Yule Walker* untuk proses *Auto Regressive* - AR (1) yaitu adalah ϕ_1 adalah

$$\hat{\phi}_1 = \hat{\rho}_1 \qquad (9)$$

Perhatikan bahwa

$$\gamma_0 = E\left(\tilde{Z}_t \tilde{Z}_t\right) = E\left(\tilde{Z}_t \left[\phi_1 \tilde{Z}_{t-1} + a_t\right]\right)$$

Berdasarkan (6), (7) , dan (8) maka

$$\gamma_0 = \phi_1\, \gamma_1 + {\sigma_a}^2$$

$${\sigma_a}^2 = \gamma_0 - \phi_1\, \gamma_1 = \gamma_0 \left[1 - \hat{\phi}_1\, \hat{\rho}_1\right]$$

Jadi estimator untuk pada proses *Auto Regressive* - AR (1) adalah

$${\sigma_a}^2 = \gamma_0 \left[1 - \hat{\phi}_1\, \hat{\rho}_1\right]$$

Menurut (6) maka

$$\begin{aligned} \sigma_a^2 &= var(\tilde{Z}_t)[1 - \hat{\phi}\,\hat{\rho}] = S\,\hat{z}[1 - \hat{\phi}\,\hat{\rho}] \\ \therefore \quad \sigma_a^2 &= S\,\hat{z}[1 - \hat{\phi}\,\hat{\rho}] \end{aligned} \qquad (10)$$

2.6 Peramalan Model Auto Regressive - AR (1) (Suyono, 2005)

Untuk proses *Auto Regressive* - AR (1) dengan $\tilde{Z}_t = Z_t$ -μ, yakni

$$(1 - \phi_1\, B)\, \tilde{Z}_t = a_t$$

$$\hat{\tilde{Z}}_n\,(1) = \Psi_1\, \hat{\tilde{Z}}_n\,(0) + \hat{a}_n\,(1) = \phi\, \tilde{Z}_n$$

Secara umum

$$\hat{\tilde{Z}}_n\,(l) = \phi_1\, \tilde{Z}_n\,(l-1)\,, \qquad l > 1 \qquad (11)$$

Dan secara *recursive* dapat ditunjukkan bahwa

$$\hat{\tilde{Z}}_n\,(l) = {\phi_1}^l\, \tilde{Z}_n \qquad (12)$$

Perhatikan bahwa proses *Auto Regressive* - AR (1) dapat ditulis dalam bentuk

$$\tilde{Z}_t = \frac{1}{(1 - \phi_1\, B)}\, a_t = \left(1 + \psi_1\, B + \psi_2\, B^2 + ...\right) a_t$$

sehingga

$$\hat{\tilde{Z}}_n(l) = \psi_l\, a_n + \psi_{l+1}\, a_{n-1} + \psi_{l+2}\, a_{n-2} + ...$$

dengan menggunakan

$$\tilde{Z}_{n+l} = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j\, a_{n+1-j}$$

dan fakta bahwa

$$E\left(a_{n+j} \mid \tilde{Z}_n, \tilde{Z}_{n-1}, \tilde{Z}_{n-2}, ...\right) = \begin{cases} 0, & j>0 \\ a_{n+j}, & j\leq 0 \end{cases}$$

diperoleh

$$E\left(a_{n+j} \mid \tilde{Z}_n, \tilde{Z}_{n-1}, \tilde{Z}_{n-2}, ...\right) = \psi_l\, a_n + \psi_{l+1}\, a_{n-1} + \psi_{l+2}\, a_{n-2} + ...$$

Jadi ramalan *Minimum Mean SquaredError* (MMSE) merupakan harga harapan bersyarat

$$\hat{\tilde{Z}}_n = E\left(\tilde{Z}_{n+1} \mid \tilde{Z}_n, \tilde{Z}_{n-1}, \tilde{Z}_{n-2}, ...\right)$$

Kesalahan dari ramalan ini adalah

$$e_n(l) = \tilde{Z}_{n+l} - \hat{\tilde{Z}}_n(l) = \sum_{j=1}^{\infty} \psi_j\, a_{n+l-j} \tag{13}$$

Karena $E\left(e_n(l) \mid \tilde{Z}_n,\, t \leq n\right) = 0$, maka ramalannya tak bias dan menpunyai variansi kesalahan untuk proses *Auto Regressive* - AR (1)

$$var\left(e_n(l)\right) = {\sigma_a}^2 \sum_{j=0}^{l-1} {\psi_j}^2 = {\sigma_a}^2 \sum_{j=0}^{l-1} {\phi_1}^{2j} \rightarrow \frac{{\sigma_a}^2}{1 - {\phi_1}^2} \qquad untuk\;\; j \rightarrow \infty$$

Untuk Proses normal limit-limit ramalan proses *Auto Regressive* - AR (1) $(1-\alpha)$ 100% adalah:

$$\hat{\tilde{Z}}_n(l) \pm N\alpha/2 \left[1 + \sum_{j=0}^{l-1} {\phi_1}^{2j}\right]^{1/2} \sigma_a \tag{14}$$

2.7 Mengupdate Ramalan (Suyono, 2005)

Apabila data time series tersedia maka kita dapat meramal (pada waktu n) l langkah ke depan dari time series dengan menggunakan Minimum Mean Squared Error (MMSE) lihat persamaan (13)

$$e_n\,(l) = \tilde{Z}_{n+l} - \hat{\tilde{Z}}_n\,(l) = \sum_{j=1}^{\infty} \psi_j\, a_{n+l-j}$$

Untuk l=1,

$$e_n\,(1) = \tilde{Z}_{n+1} - \hat{\tilde{Z}}_n\,(1) = a_{n+1}$$

Dari sini jelas bahwa

$$\tilde{Z}_n - \hat{\tilde{Z}}_{n-1}\,(1) = a_n \tag{15}$$

Dari (14)

$$e_n\,(l+1) = e_n\,(l) + \psi_l\, a_n$$

Dimana

$$e_n\,(l+1) = \tilde{Z}_{n+l} - \hat{\tilde{Z}}_n\,(l+1)$$

dan

$$e_n\,(l) = \tilde{Z}_{n+l} - \hat{\tilde{Z}}_n\,(l)$$

Sebagai akibatnya setelah disubstitusi, penyederhanaan dan menggunakan (15) diperoleh persamaan updating ramalan

$$\hat{\tilde{Z}}_n\,(l) = \hat{\tilde{Z}}_{n-1}\,(l+1) + \psi_l \left[\tilde{Z}_n - \hat{\tilde{Z}}_{n-1}\,(1)\right]$$

atau

$$\hat{\tilde{Z}}_{n+1}\,(l) = \hat{\tilde{Z}}_n\,(l+1) + \psi_l \left[\tilde{Z}_n - \hat{\tilde{Z}}_{n-1}\,(1)\right]$$

Sehingga untuk model diperoleh *Auto Regressive* - AR (1) dengan model umum

$$Z_t - \mu = \phi_1\,[Z_{t-1} - \mu] + a_t$$

Didapat persamaan peramalannya

$$\hat{Z}_t\,(l) = \mu + \phi_1 \left[\hat{Z}_t\,(l-1) - \mu\right] = \mu + {\phi_1}^{l}\,[Z_t - \mu] (16)$$

3 METODOLOGI

Ada 3 tahap untuk membangun model time series stasioner **Auto Regressive** - AR (1) yaitu :

Tahap I Identifikasi bentuk model, meliputi:

- Plotting Input dan Output data time series
- Grafik ACF dan PACF
- Identifikasi model time series

Tahap II Penaksiran parameter model Auto Regressive - AR(1), meliputi:

- Identifikasi model time series Auto Regressive - AR (1)
- Taksiran parameter dengan metode Yule Walker

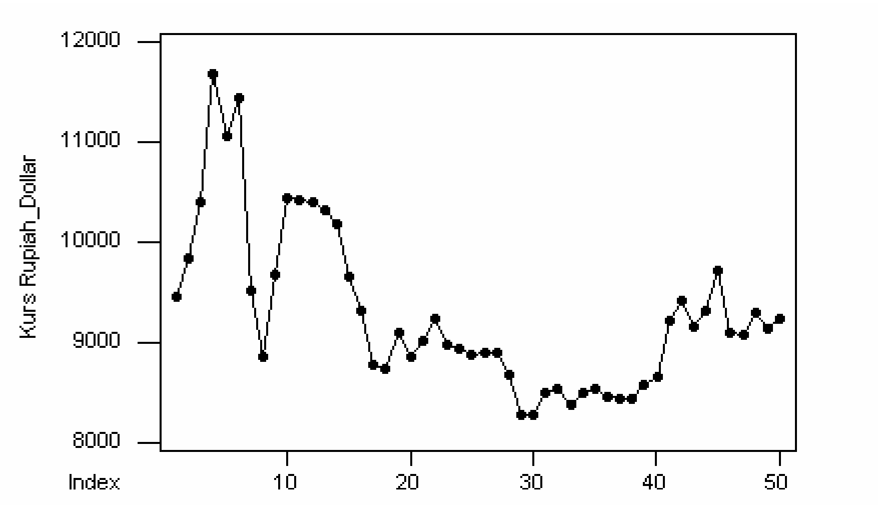
Tahap III Peramalan model time series Auto Regressive - AR(1), meliputi :

- Menghitung ramalan model time series Auto Regressive - AR(1)
- Mengupdate ramalan model time series Auto Regressive - AR(1)

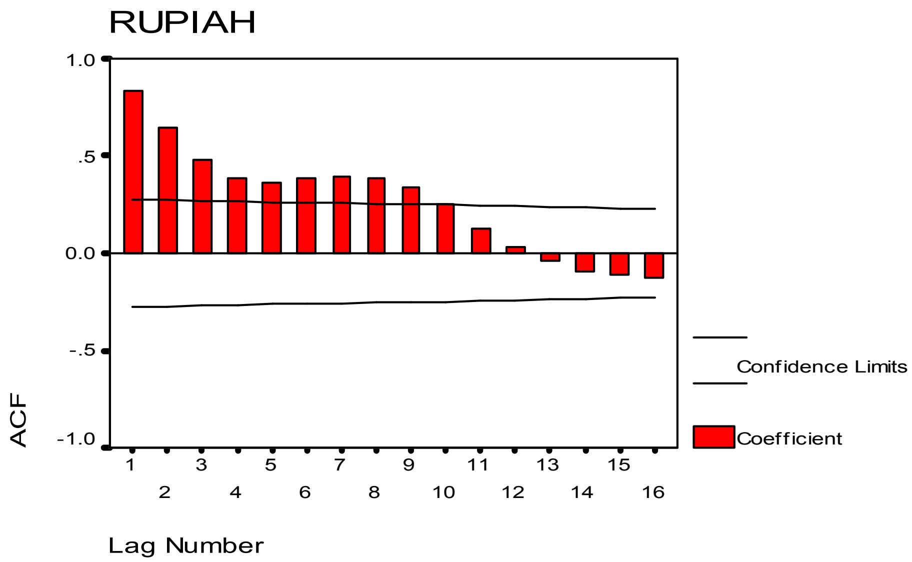
4 ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Tahap I Identifikasi bentuk model

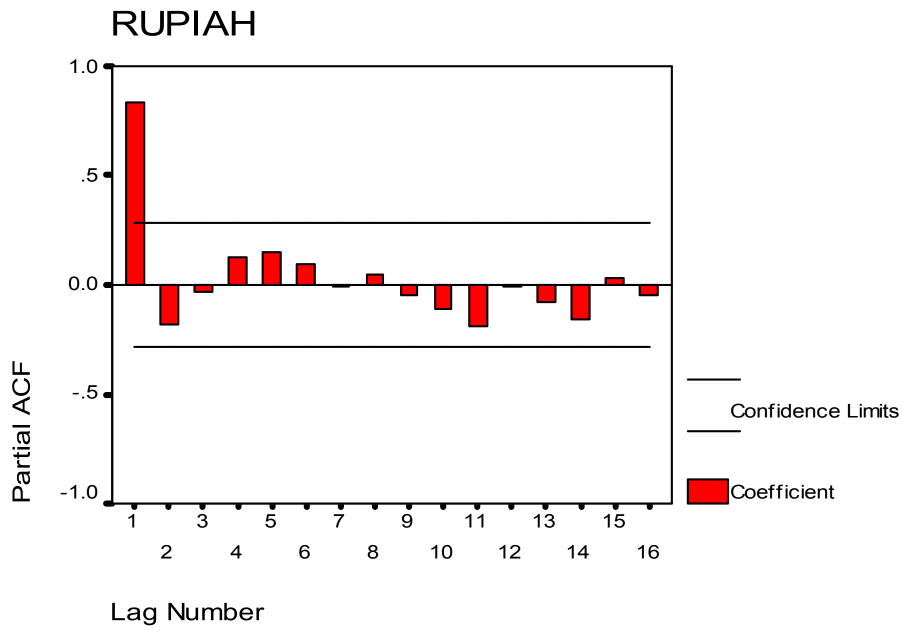
1. Plotting Input dan Output data time series Data kasus yang akan dimodelkan dapat dilihat secara bersamaan pada plotting berikut:



Gambar 1: Time series data kurs Rupiah$_{DollarAmerika}$



Gambar 2: ACF Time series data kurs Rupiah Dollar Amerika



Gambar 3: PACF Time series data kurs Rupiah Dollar Amerika

Dari sini dilakukan proses prewhitening untuk data input (Z_t) yaitu data dollar

2. **Identifikasi model time series** Karena jika dilihat dari plot data di atas, ditunjang dengan nilai ACF dan PACF terlihat bahwa data sudah stasioner dan menunjukkan model *time series Auto Regressive* - AR (1) yang mempunyai bentuk umum: $(1 - \phi_1 B)\,\widetilde{Z}_t = a_t$, dengan $\widetilde{Z}_t = Z_t$ - μ atau

$$Z_t - \mu = \phi_1\,[Z_{t-1} - \mu] + a_t$$

Tahap II Penaksiran parameter model Auto Regressive - AR (1)

1. **Identifikasi model time series Auto Regressive - AR (1)**

Descriptive Statistics

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std Deviation
Rupiah	50	8279.00	11675.00	9279.6800	804.25383
Valld N (listwise)	50				

Dengan menggunakan SPSS v 11.5 dari data kurs Rupiah-Dollar amerika diperoleh: r_1 =0,836, $\hat{\phi}_1$ =0,836, $\overline{Z}$ =9279,68, dan $s_{\hat{Z}} = 804{,}25$.

2. **Taksiran parameter dengan metode Yule Walker**

   - Menaksir parameter μ Selang kepercayaan 95% untuk μ adalah:

     $$\mu \pm N\alpha/2\, s_{\hat{Z}}$$

     Andaikan μ =0 maka selang kepercayaan 95% untuk μ adalah

     $$\left[-N\alpha/2\, s_{\hat{Z}}; N\alpha/2\, s_{\hat{Z}}\right]$$

     Sehingga dari data kurs Rupiah-Dollar Amerika didapat : [-1576,33;1576,33]
     Artinya : $\overline{Z}$ berbeda dengan 0 secara signifikan

   - Menaksir *model time series Auto Regressive* - AR (1) *Model time series Auto Regressive* - AR (1) mempunyai bentuk umum: $Z_t - \mu = \phi\,[Z_{t-1} - \mu] + a_t$,dengan $\tilde{Z}_t = Z_t$ - μ Karena dengan metode pendekatan *Yule Walker*(9) didapat bahwa $\overset{\wedge}{\phi}_1 = r_1 = \overset{\wedge}{\rho}_1$, sehingga $\overset{\wedge}{\phi}_1 = 0.836$ Sehingga model *timeseriesAutoRegressive*- AR (1) mempunyai bentuk

     $$Z_t - \mu = 0,836\,[Z_{t-1} - \mu] + a_t$$

     atau $\tilde{Z}_t = 0,836\,\tilde{Z}_{t-1} + a_t$

   $$\therefore\;\; Z_t = \mu + 0,836\,[Z_{t-1} - \mu] + a_t = \; 1521,87 + 0,836\,Z_{t-1} + a_t$$

3. Menaksir parameter ${\sigma_a}^2$ Dengan metode pendekatan *Yule Walker*(10)didapat bahwa

   $${\sigma_a}^2 = \overset{\wedge}{\gamma}_0 \left[1 - \overset{\wedge}{\phi}_1\, \rho_1\right] = {s_{\hat{Z}}}^2 \left[1 - {\overset{\wedge}{\phi}_1}^2\right]$$

   Sehingga didapat ${\sigma_a}^2$ =197.761,36

   $$\therefore\;\; a_t \sim \; N(0,\; 194.761, 36)$$

Tahap III Peramalan model time series Auto Regressive - AR(1)

1. ***Menghitung ramalan model time series Auto Regressive - AR (1)*** Secara umum peramalan model *timeseries AutoRegressive*- AR (1) berdasarkan persamaan (11) dan (12) adalah

   $$\overset{\wedge}{\tilde{Z}}_n\,(l) = \phi_1\,\tilde{Z}_n\,(l-1)\,, \qquad l > 1$$

atau

$$\overset{\wedge}{\tilde{Z}_n}(l) = {\phi_1}^l \, \tilde{Z}_n$$

t	Z_t	Peramalan AR(1)	Error	CI 95
51	9402	9240,16	161,84	[8.375,18;10.105,14]
52	9547	9249,16	297,85	[8.121,71;10.376,58]
53	9400	9254,16	145,84	[7.974,88;10.533,44]

Tabel 1 Hasil ramalan model time series Auto Regressive - AR (1)

Ket CI: Confidence Interval

2. ***Mengupdate ramalan model time series Auto Regressive - AR (1)*** Persamaan peramalannya untuk model *time series Auto Regressive* - AR (1) menurut persamaan (16) adalah

$$\hat{Z}_t(l) = \mu + \phi_1 \left[\hat{Z}_t(l-1) - \mu \right] = \mu + {\phi_1}^l \, [Z_t - \mu]$$

Jika pada bulan Maret ternyata kurs Rupiah-Dollar Amerika t=51. Maka kita mempunyai observasi Z51=9402 karena $\Psi_l = {\phi_1}^l$ =0,836l maka kita dapat mengukur data ramalan untuk Z_{52} dan Z_{53}.

	Z_t	Updating AR(1)	Error	CI 95
51	9402	9384,45	162.55	[8.519,47;10.249,43]
53	9400	9367,27	32,,73	[8.239,84;10.494,70]

Tabel 2 Hasil *updating* ramalan model time series Auto Regressive - AR (1)

Ket CI: Confidence Interval

5 KESIMPULAN DAN SARAN

Pada data yang digunakan di sini, model time series Auto Regressive - AR (1) memberikan hasil pendekatan yang baik untuk menentukan kurs Rupiah-Dollar Amerika karena dengan estimasi parameter menggunakan pendekatan Yule walker memberikan error yang relatif kecil. Namun demikian, pendekatan ini tidak mampu mendeteksi terjadinya loncatan karena perubahan situasi politik. Dari kesimpulan yang diperoleh untuk memperoleh pendekatan yang lebih baik penulis menyarankan untuk menggunakan pendekatan quasi maximum likelihood estimation-QMLE (yaitu pendekatan dengan tidak menggunakan asumsi normalitas) dan penggunaan neural network.

Pustaka

[1] **Bambang Suharjo**. 2003. *Model Fungsi Transfer Antara Jumlah Wisata Eropa dengan Kurs Dollar*. www.umg.ac.id/journal/3.html

[2] **DR. Suyono**. 2005. Diktat Mata Kuliah Analisis Runtun Waktu. Jurusan matematika FMIPA UNJ: Jakarta.

[3] **Siana Halim**, Jani Raharjdo, dan Shirley Adelia. 1999. *Model Matematika untuk Menentukan Nilai Tukar mata Uang Rupiah Terhadap Dollar Amerika*. Jurnal Tekhnik Industri vol. 1 no. 1 automation3.petra.ac.id/ bernard/tugas$_akhir/.../Nomor1/nas-4new.doc$

[4] **William W. S. Wei**. 1994. *Time series Analysis Univariate and Multivariate Methods*. Department of Statistics Temple University. Addison-Wesley Publishing Company, Inc

[5] **Zantawi Soejati**. 1987. *Analisis Runtun Waktu*. Karunika Universitas Terbuka : Jakarta